

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ



УДК 517.958:629.782:681.783.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РАЗМЕРОСТАБИЛЬНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ОПТИЧЕСКИХ ТЕЛЕСКОПОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*В. Е. Биткин¹, О. Г. Жидкова¹, А. В. Денисов¹, А. В. Бородавин¹,
Д. В. Митюшкина¹, А. В. Родионов¹, А. С. Нонин²*

¹ ООО «СКТБ Пластик»,

Россия, 446025, Самарская обл., г. Сызрань, Саратовское шоссе, 4.

² АО РКЦ «Прогресс»,

Россия, 443009, Самара, ул. Земяца, 18.

Аннотация

Рассмотрены вопросы проектирования размеростабильных композитных элементов конструкций оптических телескопов. Описана этапность проведения проектировочных расчетов. Приведены основные соотношения микромеханики теории композитных материалов. На примере разработанной композитной конструкции корпуса оптико-электронного комплекса с односторонним подкреплением ребрами описаны особенности математического моделирования с учетом принятых допущений. Представлены результаты экспериментального определения характеристик углепластиков, используемые при проектировании размеростабильной несущей конструкции корпуса оптического телескопа, отражены преимущества метода конечных элементов как одного из основных методов решения краевых задач прикладной механики. Показана корректность

© 2016 Самарский государственный технический университет.

Образец для цитирования

Биткин В. Е., Жидкова О. Г., Денисов А. В., Бородавин А. В., Митюшкина Д. В., Родионов А. В., Нонин А. С. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния размеростабильных композитных элементов конструкций оптических телескопов с помощью метода конечных элементов // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2016. Т. 20, № 4. С. 707–729. doi: [10.14498/vsgtu1514](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1514).

Сведения об авторах

Владимир Евгеньевич Биткин (gksi@sktb-plastik.ru); автор, ведущий переписку), первый заместитель генерального директора — генеральный конструктор по СИ.

Ольга Геннадьевна Жидкова (opriokr-prg@sktb-plastik.ru), заместитель генерального конструктора по научной работе.

Александр Владимирович Денисов (opriokr@sktb-plastik.ru), начальник отдела.

Андрей Викторович Бородавин (opriokr-zn3@sktb-plastik.ru), заместитель начальника отдела.

Диана Викторовна Митюшкина (opriokr-prg@sktb-plastik.ru), ведущий инженер.

Александр Вениаминович Родионов (grp1@sktb-plastik.ru), руководитель проектов.

Александр Сергеевич Нонин (1104@samspace.ru), заместитель начальника отдела — начальник сектора.

использования аналитических методов на начальных этапах разработки с целью сокращения сроков проектирования. Определена ведущая роль конечно-элементного моделирования в прогнозировании поведения конструкций на различных этапах эксплуатации. Показаны размеростабильные несущие композитные корпуса, разработанные с учетом описанной последовательности проектирования конструкций. Описанная этапность создания конструкции позволила обрабатывать и систематизировать данные в процессе их разработки и экспериментальной отработки, уточнять параметры модели конструкции при параметрическом анализе.

Ключевые слова: крупногабаритные композитные конструкции, принцип интегральности композитных конструкций, размеростабильная несущая конструкция, оптический телескоп, параметрический анализ конструкции, метод конечных элементов, математическое моделирование, этапы проектирования размеростабильных конструкций.

Введение. При проектировании крупногабаритных композитных космических конструкций к ним предъявляется целый ряд требований, которые обусловлены наличием механических нагрузок, термических напряжений, ограничениями допустимого изменения размеров и необходимостью получения минимальной массы всей конструкции [1–4]. Эффективная работа таких крупногабаритных конструкций, как конструкции космических оптических телескопов, во многом определяется правильным выбором концепции построения и минимизацией влияния искажающих факторов на функционирование их систем. Концепция построения телескопа в первую очередь зависит как от выбора оптической схемы, обеспечивающей формирование оптического излучения и изображения с минимальными потерями энергии и информации, так и от выбора конструкции, отвечающей требованиям по прочностным, жесткостным и стабилизационным характеристикам в реальных условиях действия телескопа.

Основная сложность проблемы разработки таких конструкций заключается в том, что эффективное формообразование космических конструкций телескопов может быть определено как синтез формостабилизированных систем с заданным законом деформирования. При этом формостабилизация обеспечивается в динамике процесса эксплуатационных изменений напряженно-деформированного состояния конструкций [4–8].

В качестве искажающих факторов в конструкциях космических телескопов выступают дифракция, фазировка элементов, абберации оптической системы, термодетформация оправ и конструкции, тепловые неоднородности в пространстве, стабильность юстировки оптической системы, деформация элементов и конструкции, ошибки изготовления, системы контроля и др.

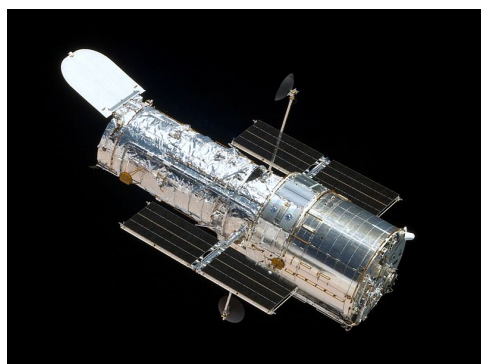
Анализ погрешностей показывает, что не только правильность выбора оптической схемы, ее технологичность и коррекционные возможности вносят основной вклад в качество изображения, но и стабильность размеров несущих конструкций телескопов и оправ зеркал играет существенную роль в получении качественных изображений.

При создании таких сложных космических конструкций для более глубокого понимания сущности явлений деформирования должны быть с наибольшей достоверностью выполнены натурные эксперименты. Однако испытание

таких конструкций в условиях Земли может оказаться физически невозможным. Поэтому одной из неотложных задач становится разработка надежных математических методов прогнозирования поведения такого рода конструкций в космических условиях. Усилия специалистов в настоящее время сосредоточены на оптимизации массы, разработке метода моделирования поведения крупногабаритных конструкций космического назначения в основном методом конечных элементов и изучения нелинейных характеристик больших конструкций [9].

С учетом надежности имеющихся ЭВМ точность расчета характеристик конструкций определяется качеством физических и математических моделей. Из-за сложности конструкций определение всех их характеристик часто не может основываться на результатах экспериментальных испытаний, особенно если эти конструкции являются крупногабаритными (рис. 1). При использовании армированных слоистых композиционных материалов проблема усложняется наличием присущих им остаточных напряжений, появляющихся в процессе отверждения или в результате действия механических нагрузок и неблагоприятных внешних условий (влажности, температуры).

Надежность расчетов повышается, если предварительно найдена корреляция между теоретическими и экспериментальными данными для отдельных узлов. Убедительное доказательство надежности теоретических расчетов может быть получено только после их сравнения с результатами экспериментальных испытаний. Для крупногабаритных космических конструкций подобная проверка практически невозможна из-за очень больших размеров и стоимости таких конструкций. Тем не менее основные задачи программы испытаний могут быть решены на сборных узлах. Вопрос об анализе поведения крупногабаритных конструкций, которые невозможно испытать на Земле из-за их размеров или необходимости создания условий невесомости, все еще остается открытым. В настоящее время в связи с интенсивным развитием вычислительной техники и численных методов расширились возможности исследований статической и динамической прочности сложных инженерных конструкций, таких как, например, космические конструкции оптико-элек-



a



b

Рис. 1. Современные конструкции крупногабаритных космических телескопов на фотографиях из Википедии: a — «Хаббл»; b — «Кеплер»

[Figure 1. Modern Designs of Large Space Telescopes: a — the Hubble Telescope in a photo from Wikipedia, b — the Kepler Telescope in a photo from Wikipedia]

тронных комплексов. Однако не всегда можно достигнуть удовлетворительного решения, полагаясь лишь на параметры высокопроизводительных вычислительных комплексов. Основу процессов исследования и проектирования конструкций составляют все-таки модели деформирования, от которых в значительной степени зависит достижение качеств, настойчиво предъявляемых практикой проектирования, таких как повышение достоверности, информативности и оперативности исследований [10].

Возможности развития такого рода космических конструкций нового класса неразрывно связаны с процессом в области создания новых композиционных материалов. Стремление получить наивысшие эксплуатационные характеристики привело к разработке и использованию в космических конструкциях композиционных материалов — высокомодульных углепластиков нового поколения на основе цианат-эфирного связующего с минимальным содержанием летучих конденсирующихся веществ (ЛКВ), а также минимальными значениями пористости, влагопоглощения и общей потери массы.

При совмещении процессов формования элементов конструкции со сборкой в неотвержденном или полукотвержденном состояниях и последующим совместным отверждением необходимость в выполнении механических соединений почти полностью отпадает. В результате сокращаются затраты времени на сборку и уменьшается суммарная себестоимость. Такой подход к проектированию, изготовлению и сборке изделий привел к разработке принципа интегральности композитных конструкций, позволяющего уменьшить число входящих элементов (за счет большей жесткости и прочности композиционного материала) [11].

Интегральные конструкции из композиционных материалов — новый прогрессивный вид технологии (в широком смысле), исходящей из учета специфических технологических и механических свойств композитов и позволяющей создавать конструкции не только с меньшей массой, но и с меньшей себестоимостью изготовления сборки, чем металлические аналоги [12].

Этапы проектирования и роль конечно-элементного моделирования в создании конструкций оптических телескопов. Разрабатываемые конструктивно-технологические решения по созданию высокоточных интегральных конструкций из КМ являются сложной фундаментальной задачей, затрагивающей не только методы изготовления, но и свойства исходных материалов, расчет и проектирование конструкций, условия эксплуатации и учета дополнительных требований, накладывающих ограничения по точности и чистоте рабочей поверхности [6].

Сложность решаемых задач требует постоянного совершенствования процесса проектирования конструкций на базе современного математического обеспечения с учетом опыта использования отечественных и зарубежных САПР (система автоматизированного проектирования) или САД (Computer-Aided Design) и САЕ (система автоматизации инженерных расчетов и анализа), позволяющих моделировать, в частности, процессы деформации, исчерпания несущей способности и разрушения конструкций сложной конфигурации, работающих в экстремальных условиях эксплуатации.

Одним из основополагающих звеньев при проектировании конкретного вида конструкции оптического телескопа является анализ напряженно-деформированного состояния с выбором конструкционных материалов, опре-

делением основных расчетных случаев нагружения, отвечающий за весовое совершенство проектируемого изделия [10].

Необходимость специализированного математического обеспечения возникает при использовании в конструкции космических аппаратов композиционных материалов, в частности, углепластика, которые создаются в процессе изготовления самой конструкции. Так, проектирование опытной размеростабильной несущей конструкции оптического телескопа (рис. 2) из полимерных композиционных материалов сопровождалось исследованием напряженно-деформированного состояния его конструктивных элементов и осуществлялось с помощью программного комплекса конечно-элементного анализа MSC.Nastran [13].

Именно для конструкций подобного типа надежное математическое обеспечение, особенно предиспытательное математическое моделирование, имеет высокий статус в связи с возможностью значительного облегчения корпусных элементов оптического телескопа, а также уменьшением (в ряде случаев) объема натурных повторных испытаний при условии обеспечения углубленного деформативного и прочностного анализа.

В настоящее время обеспечение размеростабильности космических конструкций реализует комплексный подход, состоящий из двух частей: расчетно-теоретической и экспериментальной и базирующийся на двух основных принципах. Первый — это нормирование уровня температурных и силовых нагрузок, второй — проведение испытаний на специальных экспериментальных стендах.

Следует отметить, что проведение прямого расчета на прочность и деформативность конструкции при температурном и силовом воздействии — задача сложная и трудоемкая даже для разработанной конструкции, облик которой определен чертежной документацией или 3D-моделью. В качестве проектного расчета при разработке конструкции в такой постановке задача не только нецелесообразна из-за неопределенности исходных параметров, но и порой невыполнима [9].

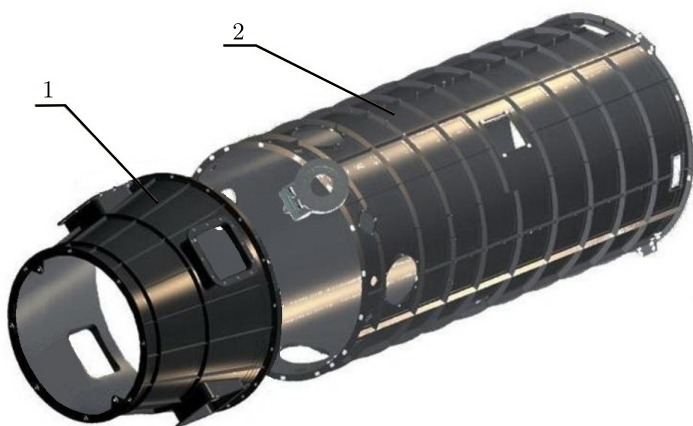


Рис. 2. Элементы интегральной размеростабильной композитной конструкции несущего каркаса космического оптико-электронного комплекса: 1) проставка коническая; 2) корпус объектива [Figure 2. Elements of the stable-size integrated composite structure of the carrier frame space optical-electronic complex: 1) the tapered spacer; 2) the lens barrel]

В целом процесс по обеспечению прочности и деформативности на статические температурные и силовые нагрузки можно разделить на следующие этапы.

Первый этап. По упрощенной модели исходя из паспортных данных на материал наполнителя и связующего проводится термомеханический анализ свойств монослоя композиционного материала. Из полученных термомеханических характеристик однонаправленного материала конструируется слоистый композиционный материал, через обобщенные жесткости композита определяются его средние модули упругости, коэффициенты термического линейного расширения, коэффициенты Пуассона, коэффициенты влияния в зависимости от рассматриваемых схем армирования монослоев. Далее путем проектировочных расчетов на силовые и температурные нагрузки проводится разработка конструкции с назначением размеров, уточняются схемы армирования и свойства композита, определяющие прочность и жесткость конструкции. В заключение проводится проверочный расчет.

Следует отметить, что наиболее эффективными в отношении удельных характеристик являются композиты, образованные из непрерывных волокон и полимерной матрицы. Основная задача для исследователя заключается в вычислении эффективных модулей упругости, которые определяются как коэффициенты, связывающие усредненные напряжения и деформации (рис. 3).

Для ориентировочных оценок и качественного анализа целесообразно использовать соотношения влияния микроструктурных параметров на свойства композита в соответствии с законом механической смеси [14]. Тогда для одного слоя (см. рис. 3) имеем следующие соотношения [6]:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_f \nu + E_m (1 - \nu); & E_1 \mu_{12} &= E_2 \mu_{21}; \\
 \frac{1}{E_2} &= \frac{\nu}{E_f} + \frac{1 - \nu}{E_m} + \frac{(\mu_f \nu + \mu_m (1 - \nu))^2}{E_f \nu + E_m (1 - \nu)}; \\
 \frac{1}{G_{12}} &= \frac{\nu}{G_f} + \frac{1 - \nu}{G_m}; & \mu_{21} &= \mu_f \nu + \mu_m (1 - \nu); \\
 \alpha_1 &= \frac{E_f \alpha_f \nu + E_m \alpha_m (1 - \nu)}{E_f \nu + E_m (1 - \nu)};
 \end{aligned}$$

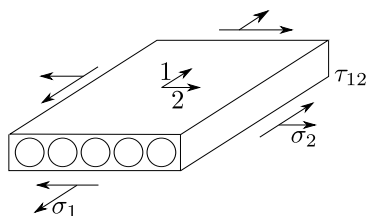


Рис. 3. Элемент однонаправленного композита [Figure 3. The unidirectional composite element]

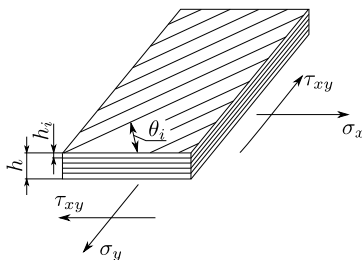


Рис. 4. Элемент слоистого композиционного материала [Figure 4. The layered composite element]

$$\alpha_2 = \alpha_f(1 + \mu_f)\nu + \alpha_m(1 + \mu_m)(1 - \nu) - \\ - (\mu_f\nu + \mu_m(1 - \nu)) \frac{E_f\alpha_f\nu + E_m\alpha_m(1 - \nu)}{E_f\nu + E_m(1 - \nu)},$$

где E_1 — продольный модуль упругости одного слоя; E_2 — поперечный модуль упругости слоя; G_{12} — средний модуль сдвига слоя; α_1 — коэффициент линейного термического расширения (КЛТР) материала вдоль волокон; α_2 — КЛТР материала поперек волокон; μ_{12} , μ_{21} — коэффициенты Пуассона слоя. E_m , E_f , G_m , G_f , α_m , α_f — модули упругости, модули сдвига, коэффициенты линейного термического расширения (КЛТР) матрицы и волокон.

Соотношения, позволяющие выразить упругие постоянные слоистого композита (пакета из армированных слоев, см. рис. 4) через его структурные параметры, имеют следующий вид [6, 15]:

$$E_x = \frac{Q}{Q_{22}Q_{33} - Q_{23}^2}; \quad E_y = \frac{Q}{Q_{11}Q_{33} - Q_{13}^2}; \quad G_{xy} = \frac{Q}{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}; \\ \mu_{xy} = \frac{Q_{12}Q_{33} - Q_{13}Q_{23}}{Q_{22}Q_{33} - Q_{23}^2}; \quad \mu_{yx} = \frac{Q_{12}Q_{33} - Q_{13}Q_{23}}{Q_{11}Q_{33} - Q_{13}^2}; \\ \eta_{x,xy} = \eta_{xy,x} = \frac{Q_{12}Q_{23} - Q_{22}Q_{13}}{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}; \\ \eta_{y,xy} = \eta_{xy,y} = \frac{Q_{12}Q_{13} - Q_{11}Q_{23}}{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}; \\ \alpha_x = \frac{1}{E_x h} (Q_{1T} - \mu_{yx}Q_{2T} + \eta_{x,xy}Q_{3T}); \\ \alpha_y = \frac{1}{E_y h} (Q_{2T} - \mu_{xy}Q_{1T} + \eta_{y,xy}Q_{3T}); \\ \alpha_{xy} = \frac{1}{G_{xy} h} (\eta_{xy,x}Q_{1T} + \eta_{xy,y}Q_{2T} + Q_{3T}),$$

где E_x , E_y , G_{xy} — осредненные модули упругости, модуль сдвига слоистого КМ; μ_{xy} , μ_{yx} — осредненные коэффициенты Пуассона слоистого КМ; $\eta_{x,xy}$, $\eta_{xy,x}$, $\eta_{y,xy}$, $\eta_{xy,y}$ — осредненные коэффициенты влияния II рода слоистого пакета КМ; α_x , α_y , α_{xy} — осредненные КЛТР слоистого пакета КМ; Q_{ij} , Q_{iT} — обобщенные жесткости слоистого КМ ($i, j = 1, 2, 3$), имеющие вид

$$Q_{11} = \sum_{i=0}^k h_i (E_1^i \cos^4 \theta_i + 2E_1^i \mu_{12}^i \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i + E_2^i \sin^4 \theta_i + G_{12}^i \sin^2 2\theta_i);$$

$$Q_{21} = Q_{12} = \sum_{i=0}^k ((E_1^i + E_2^i) \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i + \\ + E_1^i \mu_{12}^i (\sin^4 \theta_i + \cos^4 \theta_i) - G_{12}^i \sin^2 2\theta_i);$$

$$Q_{22} = \sum_{i=0}^k h_i (E_1^i \sin^4 \theta_i + 2E_1^i \mu_{21}^i \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i + E_2^i \sin^4 \theta_i + G_{12}^i \sin^2 2\theta_i);$$

$$\begin{aligned}
 Q_{31} = Q_{13} &= \sum_{i=0}^k h_i \sin \theta_i \cos \theta_i (E_1^i (1 - \mu_{21}^i) \cos^2 \theta_i - \\
 &\quad - E_2^i (1 - \mu_{12}^i) \sin^2 \theta_i - 2G_{12}^i \cos 2\theta_i); \\
 Q_{23} = Q_{32} &= \sum_{i=0}^k h_i \sin \theta_i \cos \theta_i (E_1^i (1 - \mu_{21}^i) \sin^2 \theta_i - \\
 &\quad - E_2^i (1 - \mu_{12}^i) \cos^2 \theta_i - 2G_{12}^i \cos 2\theta_i); \\
 Q_{33} &= \sum_{i=0}^k ((E_1^i + E_2^i - 2E_1^i \mu_{21}^i) \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i + G_{21}^i \cos^2 2\theta_i); \\
 Q_{1T} &= \sum_{i=0}^k h_i (E_1^i (\alpha_1^i + \mu_{21}^i \alpha_2^i) \cos^2 \theta_i + E_2^i (\alpha_2^i + \mu_{21}^i \alpha_1^i) \sin^2 \theta_i); \\
 Q_{2T} &= \sum_{i=0}^k h_i (E_1^i (\alpha_1^i + \mu_{21}^i \alpha_2^i) \sin^2 \theta_i + E_2^i (\alpha_2^i + \mu_{12}^i \alpha_1^i) \cos^2 \theta_i); \\
 Q_{3T} &= \sum_{i=0}^k h_i \sin \theta_i \cos \theta_i (E_1^i (\alpha_1^i + \mu_{21}^i \alpha_2^i) - E_2^i (\alpha_2^i + \mu_{12}^i \alpha_1^i)),
 \end{aligned}$$

где θ_i — угол армирования монослоя композита.

На рис. 5 показаны расчетные графические зависимости интегральных характеристик композиционного материала в зависимости от угла армирования θ (см. рис. 4) для углепластика на основе углеродной ленты ЛУ-П/0.1 и связующего ЭНФБ со степенью армирования (объемное содержание угле-

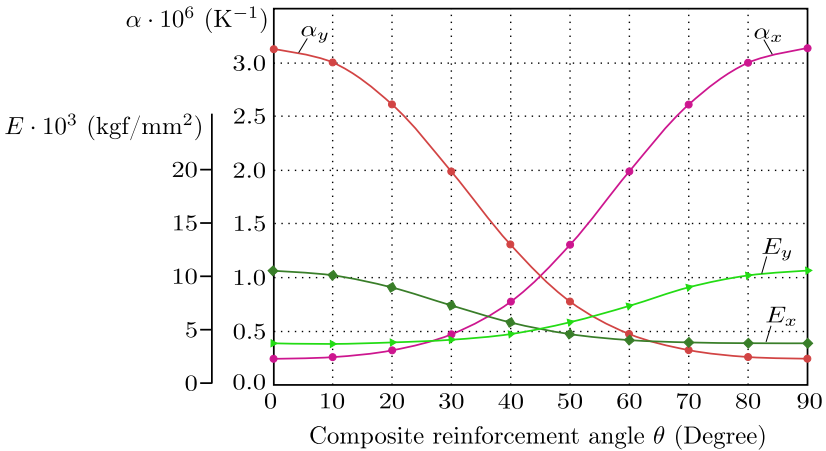


Рис. 5. Зависимость коэффициента линейного термического расширения α и модуля упругости E от угла армирования композита θ для углепластика (степень армирования $V_f = 0.6$, схема армирования $(0^\circ / \pm \theta^\circ / 90^\circ)_{2n}$)

[Figure 5. The dependence of the linear thermal expansion coefficient α and the elastic modulus E on the composite reinforcement angle θ for carbon fiber reinforced polymer on the basis of a carbon tape LU-P/0.1 with an epoxy resin ENFB (volume fractions of the fiber in the composite $V_f = 0.6$ for the quasi-isotropic laminate $(0^\circ / \pm \theta^\circ / 90^\circ)_{2n}$)]

родных волокон в пакете) $V_f = 0.6$ и схемой армирования $(0^\circ / \pm \theta^\circ / 90^\circ)_{2n}$. Индекс $2n$ (n — натуральное число) показывает, что число слоев в пакете четное. Отметим, что толщина всего пакета h может достигать величины 5 мм, а толщина одного слоя пакета h_1 составляет 0.1–0.13 мм (см. рис. 4). Анализ данных зависимостей показывает, что, варьируя углы армирования слоев пакета θ , т. е. используя чередующуюся схему укладки слоев с углами $\pm\theta$, можно получить термомеханические характеристики композита, позволяющие как свести к минимуму деформации конструкции от воздействия температуры, так и создать двуснотермонеутральные структуры пакета КМ. Эти возможности могут быть в значительной степени расширены путем использования методов технологического воздействия, выбора режима отверждения, степени армирования композита, технологического натяжения и др.

При проектировании конструкции космического оптического телескопа и его элементов, таких как размеростабильные несущие конструкции корпуса, идет процесс синтеза формы будущей конструкции и материала, из которого она будет изготовлена [9, 16]. При этом форма конструкции имеет большое значение для обеспечения ее требуемой жесткости и прочности. В связи с этим возникает необходимость в надежных методах расчета конструкций любой формы.

В настоящее время конечно-элементное моделирование поведения конструкции в условиях эксплуатации является неотъемлемой частью процесса проектирования сложных в инженерном и структурном плане объектов, к которым относятся изделия из композиционных материалов. Актуальность и сложность задачи построения адекватных математических моделей многократно возрастают при создании высокоточных размеростабильных композитных конструкций с крайне малыми допусками по деформационным параметрам.

Второй этап. Для уточнения расчетных значений термомеханических характеристик многослойного композиционного материала — углепластика проводятся экспериментальные исследования, включающие изготовление плоских образцов композита с однонаправленными слоями и целесообразно выбранными укладками, определяются коэффициенты вариации модуля упругости, предела прочности, коэффициента линейного термического расширения и др., проводится оценка весовой эффективности, определяются поправочные коэффициенты. Следует отметить, что полученные экспериментальным путем характеристики слоистого композита позволяют провести анализ напряженно-деформированного состояния конструкции из реальных материалов [17]. Такой подход дает возможность более точно спрогнозировать поведение конструкции в условиях силового и температурного воздействий.

При проектировании корпуса размеростабильной несущей конструкции оптико-электронного комплекса были проведены исследования термомеханических характеристик углепластиков в исходном состоянии при температуре 20 °С. Использовались три типа углеродного наполнителя — ленты ЛУ-П/0.1 (ГОСТ 28006–88), Кулон-500/0.07 (СТО 75969490–007–2009) и углеродное волокно М55J (Япония). В качестве связующих использовались эпоксиноволачно-формальдегидное ЭНФБ (ТУ 1–596–36–2005), цианат-эфирное «НИИКАМ-РС» (ТУ 2242–064–94527989–2012) и цианат-эфирное «НИИКАМ-ЦЭМОС» (ТУ 2242–060–14527989–2012). В таблице представлены результаты

для однонаправленных углепластиков и углепластиков со схемой армирования $(0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ)_{2n}$. Коэффициенты вариации модуля упругости K_E и предела прочности K_σ определялись в процентах соотношением

$$K = \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \cdot 100,$$

где x_i — экспериментальное значение исследуемой величины для i -того образца; \bar{x} — среднее значение этой же величины.

Полученные экспериментальные значения модуля упругости, модуля сдвига хорошо коррелируют с расчетными. Экспериментальные данные по всем параметрам имеют незначительный разброс. В частности, значения коэффициента вариации находятся в пределах от 4.05 до 14.6%. Отклонения же расчетных значений модулей упругости, коэффициентов Пуассона, коэффициентов линейного термического расширения и других параметров от соответствующих экспериментальных значений не превосходят 10%.

Третий этап. На основе полученных на втором этапе параметров строится уточненная конечно-элементная модель (КЭМ) конструкции, адекватно отражающая ее жесткостные и прочностные характеристики, достаточно подробная для проведения напряженно-деформированного анализа. Эта модель является инструментом для проведения повторного анализа с целью получения достоверного поведения конструкции с учетом элементов навесного оборудования. В рамках этой модели должно быть получено НДС конструкции, соответствующее нормативным силовым и температурным нагрузкам, действующим в условиях эксплуатации. На основе последних можно определить предельное состояние конструкции и, соответственно, запасы по деформативности и прочности.

Теоретический анализ напряженно-деформированного состояния позволяет создать эталон деформированной поверхности размеростабильной несущей конструкции оптических телескопов в условиях нагружения тепловыми и механическими нагрузками [18]. Численное моделирование поведения несущих композитных корпусов телескопов в условиях орбитальной эксплуатации и при наземной юстировке показывает, что при использовании существующих в настоящее время материалов с их реальными термомеханическими характеристиками удастся достичь некоторого порогового минимума отклонений угловых и линейных размеров за счет подбора рациональной структуры армирования несущих слоев. Однако с увеличением габаритных размеров размеростабильного корпуса возрастает и пороговое значение минимальных отклонений.

При решении задач по определению напряженно-деформированного состояния с использованием численного анализа на базе метода конечных элементов для достижения необходимой степени точности важное значение имеет выбор моделирующего элемента. Кроме ошибок, вызванных вычислительной процедурой, метод конечных элементов имеет ошибки с построением математической модели исследуемого объекта. К ним относятся ошибки дискретизации, ошибки, связанные различием реальной границы моделируемого объекта и ее аппроксимации, ошибки выбора базисной функции, обусловленной разностью между точным решением и его представлением некоторой функцией в пределах элемента [19, 20].

The experimental values of the carbon fiber reinforced polymer characteristics at a temperature of 20 °C

Material	Quasi-isotropic laminate	Cutting direction	Tensile modulus of elasticity, MPa	Tensile strength, MPa	Poisson's ratio	Compression modulus of elasticity, MPa	Tensile strength in bending, MPa	Flexural modulus of elasticity, MPa	Shear strength, MPa	Shear modulus, MPa	Linear thermal expansion coefficient $\alpha \cdot 10^{-6}, K^{-1}$
Material 1	unidirectional	0°	137255	637	0.251	—	1078	153922	—	—	-0.39 ÷ -0.53
		90°	—	—	—	—	—	—	—	—	32.3 ÷ 35.6
Material 2	unidirectional	0°	56785	270	0.33	—	196	—	—	—	1.26 ÷ 1.41
		90°	56785	285	0.33	—	—	135	24501	—	1.25 ÷ 1.43
Material 3	unidirectional	0°	245166	—	0.302	—	—	—	—	4903	-0.5 ÷ -0.7
		90°	5884	—	0.00703	—	—	—	—	—	34
Material 4	unidirectional	0°	298910	1395	0.35	401383	851	201077	—	—	-0.864 ÷ -0.891
		90°	—	—	—	—	—	—	—	—	29.6 ÷ 29.8
Material 4	unidirectional	0°	121409	537	0.31	172086	561	91984	—	—	-0.138 ÷ -0.098
		90°	107144	586	0.33	—	—	172	34870	—	0.026 ÷ -0.030
Material 4	unidirectional	0°	160227	896	0.27	216067	1155	114518	—	—	-0.300 ÷ -0.206
		90°	—	—	—	—	—	—	—	—	24.0 ÷ 23.5
Material 4	unidirectional	0°	65298	268	0.32	74257	485	55063	—	—	1.24 ÷ 1.36
		90°	71851	384	0.33	—	—	—	148	—	1.22 ÷ 1.35

Material 1	КМУ-4Л (ЛУ-П/0.1 на связующем ЭНФБ) КМУ-4Л (a carbon tape LU-P/0.1 with an epoxy resin ENFB)
Material 2	Кулон-500/0.07 на связующем ЭНФБ A carbon tape Kulon-500/0.07 with an epoxy resin ENFB
Material 3	Волокно М55J и цианат-эфирное связующее «НИИКАМ-РС» (ТУ 2242-078-94527989-2014) A fiber M55J with a cyanate ester resin NIICAM-RS
Material 4	ЛУ-П/0.1 и цианат-эфирное связующее «НИИКАМ-ЦЭМОС» A carbon tape LU-P/0.1 with a cyanate ester resin NIICAM-TsEMOS

В связи с тем, что аналитические критерии сходимости той или иной задачи МКЭ весьма сложны и представляют собой область отдельных исследований, в качестве критерия сходимости численного решения к точному решению может быть использована экспериментальная проверка результатов расчета.

Четвертый этап. Проведенный анализ и разработанная модель позволяют подготовить экспериментальную отработку несущей способности изготовленной конструкции, определить максимальные температурные деформации и выделить параметры исследуемой модели, подлежащие проверке и уточнению [1].

В процессе экспериментальной отработки проверяются и подтверждаются результаты анализа напряженно-деформированного состояния конструкции, проводятся изменения, уточняющие и подтверждающие основные характеристики конструкции.

Пятый этап. Проводится анализ результатов измерений, полученных в процессе испытаний (рис. 6), корректировка параметров конструкции. При необходимости выполняются расчеты, моделирующие процесс нагружения конструкции при испытаниях, подтверждается степень достоверности откорректированной модели.

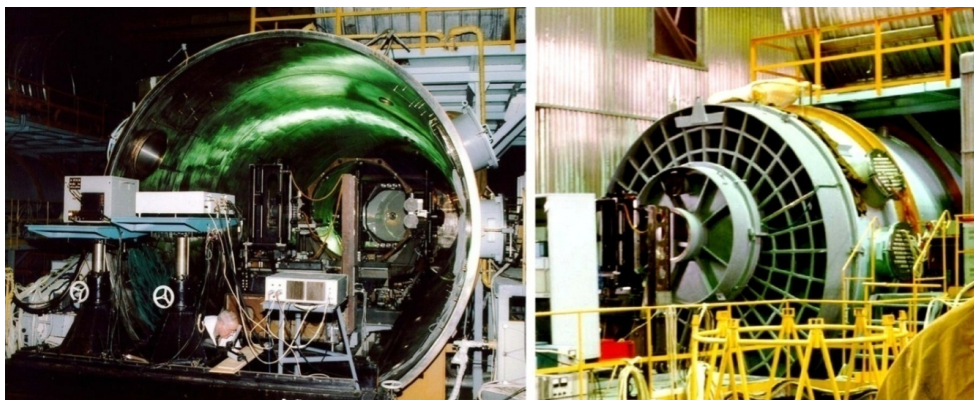


Рис. 6. Термо-вакуумная камера для испытаний (фото из [21])
 [Figure 6. A thermal vacuum test chamber (from the following presentation [21])]

Шестой этап. Подтвержденная результатами испытаний конечно-элементная модель может быть использована при измененных условиях эксплуатации для достоверных расчетов изделия, внесения изменений в конструкцию нового изделия подобного класса.

Основная роль на всех этапах работ в рамках действующей системы отработки термодформаций и прочности принадлежит модели. При этом развитие системы неизбежно пойдет по двум направлениям [10]:

- переход нагрузок к действительным, соответствующим уровням эксплуатации;
- перенос экспериментальных работ со специализированного макета на летное изделие.

В процессе прогнозируемого развития роль модели будет возрастать, как и требования к ней по полноте, подробности, достоверности.

В настоящее время метод конечных элементов в силу своих многочислен-

ных достоинств вытеснил практически все другие методы решения краевых задач прикладной механики; при использовании данного метода, в отличие от классических методов, рассматриваются свойства элементов конечных размеров, а интегрирование по объему конструкции заменяется конечным суммированием интегралов по объемам элементов. Уравнения в частных производных для сплошной среды сводятся к обыкновенным дифференциальным или алгебраическим уравнениям [19].

Конечно-элементная модель является математическим отображением конструкции и ее параметров: геометрических характеристик, упругих свойств конструкционных материалов и др. Опыт проведения инженерных расчетных и экспериментальных работ по созданию размеростабильных композитных корпусов оптических телескопов позволяет выделить основные направления разработки конечно-элементной модели изделия оптико-электронного комплекса:

- конечно-элементная модель описывается линейными стержневыми и двумерными пластинчатыми и оболочечными элементами [22]; использование трехмерных объемных элементов, приводящих к значительному увеличению размерности КЭМ, должно быть обосновано;
- моделирование стыков элементов и закрепления дискретных вводимых в модель навесных элементов конструкции осуществляется с помощью интегральных и специальных соединительных элементов [19];
- степень дискретности разбиения на конечные элементы по размерам выбирается исходя из необходимости обеспечения адекватного отражения деформативных и прочностных характеристик до определенного значения; размеры элементов в зонах высокоградиентного напряженного состояния должны выявлять места, опасные с точки зрения разрушения [23];
- геометрические, упругие характеристики вводятся в модель номинальными значениями, изменения или модификации модели должны быть легко реализуемы.

Основные трудности, которые приходится преодолевать разработчику конечно-элементной модели, связаны со специфическими особенностями нетрадиционных конструкторских решений, контактными задачами на стыке элементов конструкции телескопа, введением условных конечных элементов, отображающих интегральные характеристики совокупности соединенных между собой или взаимодействующих элементов конструкции. Особого внимания и подхода требуют геометрически изменяемые конструкции и их элементы.

В настоящее время для проведения анализа напряженно-деформированного состояния и постановки экспериментальных работ используются универсальные профессиональные пакеты прикладных программ конечно-элементного анализа ANSYS, Nastran и др. [22, 24, 25].

Современный уровень программных средств позволяет в полной мере реализовать указанные выше принципы и преодолеть сложности, обеспечивая возможность использования набора стандартных конечных элементов. В процессе расчета осуществляются операции с матрицами высокой размерности ленточной структуры, размерность матриц определяется количеством узлов и типом применяемых конечных элементов. При этом полный цикл задач

термоупругости предполагает многократное проведение различных видов ресурсоемких расчетов. Кроме того, в последнее время хорошие результаты по производительности демонстрируются при распараллеливании вычислений с использованием современных процессоров.

Однако для детального анализа локального НДС в критических местах, с точки зрения деформативности и прочности, приходится использовать дополнительные, более локальные модели, определяя из общей модели граничные условия и силовые факторы, необходимые для расчетов локальной модели.

Конечно-элементная модель является основным инструментом расчетного решения по теоретическому определению запасов прочности конструкции при силовых и температурных воздействиях. Результатом анализа является вычисление напряженно-деформированного состояния конструкции, в соответствии со спецификой которого определяется ее предельное состояние.

Математическое моделирование определяет наиболее нагруженные места конструкции размеростабильного несущего корпуса, кронштейнов, других элементов крепления. Это позволяет организовать измерение деформаций, установив в определенных зонах конструкции тензодатчики. Конечно-элементная модель при разработке изделия играет основную роль в решении задач прочности, жесткости, температурных деформаций на всех этапах создания конструкции, в том числе и на стадии экспериментальной отработки в процессе испытаний. Предметом измерения, уточнения и экспериментального подтверждения являются важнейшие характеристики конструкции: жесткостные, прочностные, весовые и пр. Результатом анализа несоответствий между расчетными и экспериментальными значениями характеристик конструкции являются мероприятия по корректировке модели, направленные на сокращение величины рассогласований.

Инженерная практика показывает, что хорошим соответствием можно считать расхождение в пределах 10% по деформативным характеристикам. Точность результатов практически полностью определяется соответствием интегральных характеристик материала условным характеристикам конечных элементов реальной конструкции. Настройка конечно-элементной модели по деформативной картине производится варьированием жесткостных параметров конечных элементов. В некоторой степени настройка может быть уточнена за счет изменения геометрических параметров элементов конструкции, заданных первоначально номинальными значениями. Сложность в подборе жесткостных характеристик заключается в том, что изменение параметров одного элемента модели влечет за собой изменение других частей модели, в связи с этим настройка конечно-элементной модели требует итерационного подхода и связана с необходимостью проведения многократных расчетов, моделирующих деформативную картину поведения конструкции.

Рассмотренная последовательность создания размеростабильной конструкции была использована при разработке размеростабильных несущих композитных корпусов телескопов (рис. 7), позволяла обрабатывать и систематизировать данные в процессе разработки и экспериментальной отработки, настраивать модель, уточнять ее параметры, поднять уровень ее достоверности, адекватно отражать внутренние свойства конструкции и ее реакцию на внешние воздействия [21].



Рис. 7. Размеростабильные элементы несущих конструкций корпусов оптико-электронных комплексов космических аппаратов (фото из [12])

[Figure 7. Stable-size elements of the load-bearing hull structures of the optical-electronic systems for spacecraft (from the following paper [12])]

Результаты численного моделирования полей деформаций размеростабильных элементов конструкций космических телескопов. При анализе и конечно-элементном моделировании деформативного поведения углепластикового размеростабильного несущего корпуса объектива оптико-электронного комплекса, представляющего собой интегральную композитную конструкцию с односторонним подкреплением с внешней стороны продольно-поперечным набором ребер, были сделаны следующие допущения [19]:

- для оболочки справедливы гипотезы Кирхгофа—Лява;
- для ребер применима теория стержней Кирхгофа—Клебша с учетом продольной деформации, изгиба и кручения;
- зависимость между напряжениями и деформациями отвечают закону Гука;
- модули упругости, коэффициенты Пуассона и коэффициенты термического линейного расширения — величины постоянные;
- температура по толщине обшивки и высоте ребер может меняться по линейному закону.

При исследовании геометрии деформированной конструкции предпочтение отдано функционалу Лагранжа, который построен на базе перемещений u , v , w с учетом принятых гипотез и имеет форму:

$$\mathfrak{A}(u, v, w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \mathfrak{A}^a(u, v, w) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \mathfrak{A}^e(u, v, w).$$

Функционал представлен в виде суммы энергий всех гладких прямоугольных областей (\mathfrak{A}^a) и ребер (\mathfrak{A}^e), окаймляющих их.

Результатами параметрического анализа являются выбор свойств композиционного материала, количества ребер продольно-поперечного набора, определение массы, перемещений и углов поворота конструкции, а также напряженного состояния в процессе эксплуатации.

Конечно-элементное моделирование поведения конструкции размеростабильного несущего корпуса из углепластика для оптико-электронного комплекса было проведено с использованием программного комплекса конечно-элементного анализа. Оболочка корпуса моделировалась оболочечными элементами, учитывающими все внутренние силовые факторы. Ребра жесткости

аппроксимировались балочными элементами, прикрепляемыми к узлам разбивки с эксцентриситетом. Для моделирования влияния навешиваемого оборудования (элементов оптической системы) использовались элементы массы, моделирующие поступательную и вращательную инерцию, сосредоточенную в узле. Для передачи нагрузки использовались элементы жесткой связи и балочные элементы. Крепление конструкции моделировалось с учетом материала ответной части, также изготовленной из углепластика с целью исключения пространственного деформирования при тепловом нагружении. Корпус закреплен по стыковочному фланцу по всем поступательным степеням свободы, за исключением радиального направления, в цилиндрической системе координат, ось Oz которой совпадает с продольной осью конструкции. Однако для численной реализации методом конечных элементов использовалась декартова система координат. На рис. 8 приведена конечно-элементная модель несущей конструкции корпуса оптико-электронного комплекса в декартовой системе координат, начало которой находится в центре нижнего крепежного фланца, а ось OZ совпадает с продольной осью корпуса.

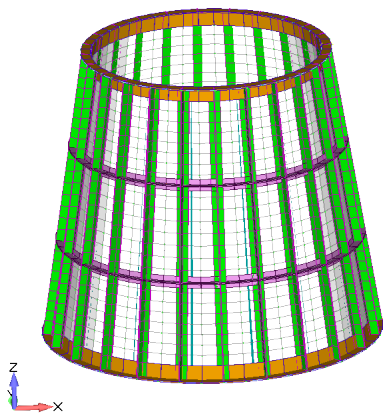


Рис. 8. Конечно-элементная модель несущей конструкции корпуса оптико-электронного комплекса

[Figure 8. A finite element model for the load-bearing hull structures of a space optical-electronic complex]

ской системы (рис. 9, 10) для конструкции корпуса из углепластика на основе углерент ЛУ-П/0.1 и Кулон-500/0.07 на связующем ЭНФБ, схема армирования $(0^\circ/\pm 45^\circ/90^\circ)_{2n}$. Угловые смещения относительно осей Ox , Oz имеют малые значения ($\ll 1''$) и практически не оказывают влияния на картину деформативности корпуса при воздействии указанной выше нагрузки. На рис. 9 и 10 величина ΔT — разность температур на внешней и внутренней границах оболочки в диаметральной плоскости xOy . В расчетах принималось, что температура по толщине изменялась по линейному закону при заданной разности ΔT .

Картина суммарных перемещений корпуса (углепластик на основе углеренту ЛУ-П/0.1 на связующем ЭНФБ) при воздействии перепада температур в диаметральной направлении показана на рис. 11.

В соответствии с требованиями, предъявляемыми к конструкции корпуса по размерной стабильности при воздействии теплового нагружения при штатной эксплуатации, проведен анализ характера деформирования корпуса при изменении температуры в пределах $T_{nom} \pm \Delta T$, где $T_{nom} = 20^\circ\text{C}$, $\Delta T = 5^\circ\text{C}$. При этом вследствие идентичности поведения конструкции при «отрицательных» и «положительных» перепадах температур оценивались линейные и угловые отклонения элементов оптической системы при $T_{nom} + \Delta T$. Для наихудшего расчетного случая с точки зрения деформативности конструкции (неравномерный прогрев в диаметральной направлении в плоскости xOy) построены расчетные зависимости линейных смещений Δx , Δy , Δz и разворотов вокруг оси Oy элементов оптической системы.

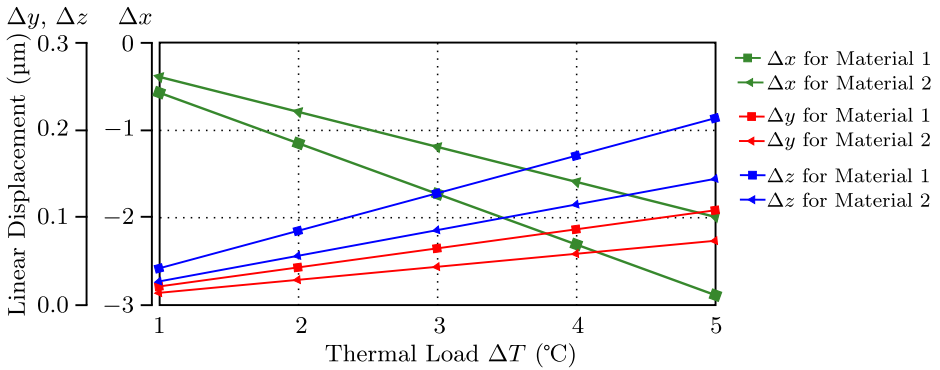


Рис. 9. Зависимость смещений элементов оптической системы от перепада температур ΔT для конструкции корпуса из углепластика на основе углерент ЛУ-П/0.1 и Кулон-500/0.07 (онлайн в цвете)

[Figure 9. The displacement dependence of the optical system elements on the temperature difference for the load-bearing hull structures of a space optical-electronic complex based carbon tapes (see Table, color online)]

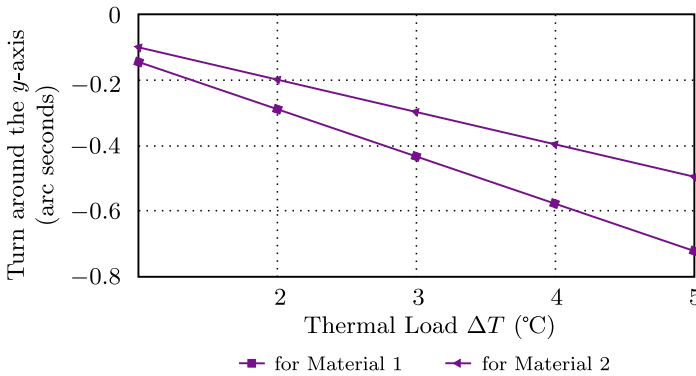


Рис. 10. Зависимость разворотов относительно оси y элементов оптической системы от перепада температур ΔT для конструкции корпуса из углепластика на основе углерент ЛУ-П/0.1 и Кулон-500/0.07

[Figure 10. The turn around the y -axis dependence of the optical system elements on the temperature difference for the load-bearing hull structures of a space optical-electronic complex based carbon tapes (see Table)]

Анализ графических зависимостей, представленных на рис. 9, 10, показывает незначительное преимущество с точки зрения деформативности при температурном нагружении для конструкции корпуса из материала на основе углерента Кулон-500/0.07. При этом требуемые значения стабильности пространственных линейных и угловых положений посадочных площадок под элементы оптической системы в условиях штатной эксплуатации оптико-электронного комплекса достигаются и для конструкции корпуса из углепластика на основе углерента ЛУ-П/0.1. Необходимо отметить, что углепластик на основе углерента ЛУ-П/0.1 предпочтителен с экономической точки зрения по сравнению с материалом на основе углерента Кулон-500/0.07. Окончательный выбор композиционного материала конструкции (углепластик на основе углерента ЛУ-П/0.1 и связующего ЭНФБ) был произведен после уточненного анализа напряженно-деформированного состояния с учетом воздействующих факторов на всех этапах эксплуатации и эксперимен-

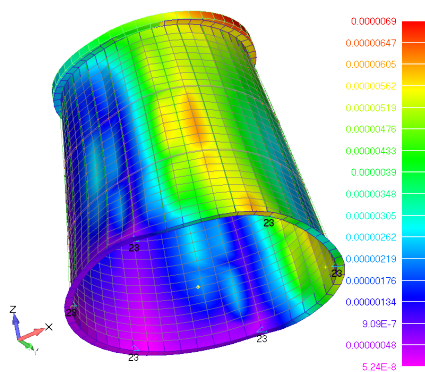


Рис. 11. Картина суммарных перемещений конструкции корпуса из углепластика на основе углеленты ЛУ-П/0.1 и связующего ЭНФБ при воздействии перепада температур в диаметральном направлении

[Figure 11. The total displacement of the load-bearing hull structures based a carbon tape LU-P/0.1 with an epoxy resin ENFB on the temperature difference in the diametrical direction]

тальных значений характеристик применяемых материалов, определенных при проектировании корпуса.

Закключение. Следует отметить, что на начальном этапе создания конструкции для определения напряженно-деформированного состояния корректно использовать ранее полученные решения аналитических расчетных моделей, что позволяет получить прямую аналитическую связь между искомыми параметрами. Однако роль конечно-элементной модели размеростабильной конструкции является основной в решении комплексной задачи обеспечения формостабильности и прочности изделия, а современная вычислительная техника и программные продукты позволяют создать подробные модели конструкций и в дальнейшем на основе эксперимента подтвердить их достоверность.

Декларация о финансовых и других взаимоотношениях. Исследование не имело спонсорской поддержки. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами. Авторы не получали гонорар за статью.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Chung D. D.L. *Carbon Fiber Composites*. Boston: Butterworth-Heinemann, 1994. x+215 pp. doi: [10.1016/c2009-0-26078-8](https://doi.org/10.1016/c2009-0-26078-8).
2. Edie D. D., Diefendorf R. J. *Carbon Fiber Manufacturing / Carbon-Carbon Materials and Composites*; eds. John D. Buckley, Dan D. Edie. Park Ridge, New Jersey: Noyes Publications, 1993. pp. 19–39. doi: [10.1016/b978-0-8155-1324-7.50007-x](https://doi.org/10.1016/b978-0-8155-1324-7.50007-x).
3. Fitzer E., Manocha L. M. *Carbon Reinforcements and Carbon/Carbon Composites*. Berlin: Springer, 1998. xii+344 pp. doi: [10.1007/978-3-642-58745-0](https://doi.org/10.1007/978-3-642-58745-0).
4. Sairajan K. K., Nair P. S. Design of low mass dimensionally stable composite base structure for a spacecraft // *Composites Part B: Engineering*, 2011. vol. 42, no. 2. pp. 280–288. doi: [10.1016/j.compositesb.2010.11.003](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2010.11.003).
5. Le Riche R., Gaudin J. Design of dimensionally stable composites by evolutionary optimization

- tion // *Composite Structures*, 1998. vol. 41, no. 2. pp. 97–111. doi: [10.1016/S0263-8223\(98\)00009-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(98)00009-9).
6. Молодцов Г. А., Биткин В. Е., Симонов В. Ф., Урмансов Ф. Ф. *Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов*. М.: Машиностроение, 2000. 352 с.
 7. Aydin L., Aydin O., Artem H. S., Mert A. Design of dimensionally stable composites using efficient global optimization method // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 2016, 1464420716664921. doi: [10.1177/1464420716664921](https://doi.org/10.1177/1464420716664921).
 8. Datashvili L. Multifunctional and dimensionally stable flexible fibre composites for space applications // *Acta Astronautica*, 2010. vol. 66, no. 7–8. pp. 1081–1086. doi: [10.1016/j.actaastro.2009.09.026](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.09.026).
 9. Климакова Л. А., Половый А. О., Зельнев В. Н. Формостабильность крупногабаритной углепластиковой антенной платформы КА с конструктивно-жесткостной несимметрией // *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2011. Т. 17, № 2. С. 245–254.
 10. Безмозгий И. М., Софинский А. Н., Чернягин А. Г. Моделирование в задачах вибропрочности конструкций ракетно-космической техники // *Космическая техника и технологии*, 2014. № 3. С. 71–80.
 11. Биткина Е. В., Денисов А. В., Биткин В. Е. Конструктивно-технологические методы создания размеростабильных космических композитных конструкций интегрального типа // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, 2012. Т. 14, № 4(2). С. 555–560.
 12. Биткин В. Е., Денисов А. В., Денисова М. А., Жидкова О. Г., Назаров Е. В., Рогальская О. И., Мелентьев А. В., Мизинова И. А. Апробирование технологического комплекса изготовления силовых и высокоточных размеростабильных элементов конструкций интегрального типа из волокнистых композиционных материалов // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*, 2014. Т. 16, № 1(5). С. 1320–1327.
 13. MSC Nastran 2016 Quick Reference Guide, 2016, Retrieved September 28, 2016, from <https://simcompanion.mssoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10961&actp=LIST>.
 14. Васильев В. В., Добряков А. А., Дудченко А. А. и др. *Основы проектирования и изготовления конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов*. М.: МАИ, 1985. 218 с.
 15. Васильев В. В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
 16. Гардымов Г. П., Мешков Е. В., Пчелинцев А. В., Лашманов Г. П., Афанасьев Ю. А. *Композиционные материалы в ракетно-космическом аппаратостроении* / ред. д-р техн. наук, проф. Г. П. Гардымов, д-р техн. наук, проф. Е. В. Мешков. СПб.: СпецЛит, 1999. 271 с.
 17. Комков М. А., Тарасов В. А. *Технология намотки композитных конструкций ракет и средств поражения*. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 431 с.
 18. Воробей В. В., Войтков Н. И. Некоторые прикладные задачи механики размеростабильных конструкций из композитов // *Механика композитных материалов*, 1990. № 2. С. 292–298.
 19. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Amsterdam: Elsevier, 2013. 714 pp. doi: [10.1016/B978-1-85617-633-0.00019-8](https://doi.org/10.1016/B978-1-85617-633-0.00019-8).
 20. Якупов Н. М., Киямов Х. Г., Якупов С. Н., Киямов И. Х. Моделирование элементов конструкций сложной геометрии трехмерными конечными элементами // *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2011. Т. 17, № 1. С. 145–154.

21. Аронов А. М., Данилов В. А., Никифоров В. О., Савицкий А. М., Сокольский М. Н. *Опτικο-электронные системы для дистанционного зондирования Земли*: Слайды к докладу (23 января 2007 г., Санкт-Петербург), 2007, http://lomo-tech.ru/photos/lomo_kosm_otkr.pdf.
22. Шимкович Д. Г. *Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows*. М.: ДМК Пресс, 2003. 448 с.
23. Чигарев А. В., Кравчук А. С., Смалюк А. Ф. *ANSYS для инженеров*. М.: Машиностроение, 2004. 510 с.
24. Иванов С. Е. *Интеллектуальные программные комплексы для технической и технологической подготовки производства*. Часть 5. Системы инженерного расчета и анализа деталей и сборочных единиц / ред. Д. Д. Куликов. СПб.: СПбГУ, ИТМО, 2011. 48 с.
25. Басов К. А. *ANSYS: справочник пользователя*. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.

Поступила в редакцию 20/X/2016;
в окончательном варианте — 22/XI/2016;
принята в печать — 09/XII/2016.

MSC: 74E30, 74S05

MATHEMATICAL SIMULATION FOR STRAIN-STRESS STATE OF
OPTICAL TELESCOPE STABLE-SIZE COMPOSITE ELEMENTS
WITH FINITE-ELEMENT METHODV. E. Bitkin¹, O. G. Zhidkova¹, A. V. Denisov¹, A. V. Borodavin¹,
D. V. Mityushkina¹, A. V. Rodionov¹, A. S. Nonin²¹ LLC SKTB Plastic,

4, Saratovskoe shosse, Syzran, Samara region, 446025, Russian Federation.

² JSC SRC Progress,

18, Zemetsa str., Samara, 443009, Russian Federation.

Abstract

Designing issues of optical telescope stable-size composite elements have been considered. Staging of design calculation for composite structural elements has been described. Basic relations of composite material micro-mechanics have been represented. Specifics of mathematical simulation taking into account assumptions made have been described by example of developed framework of electro-optical system with one-side enforcement by ribs. Results of experimental determination of carbon-filled plastic characteristics used in design of stable-size optical telescope frame structure have been represented; advantages of finite-element method as one of the basic methods for solving the boundary value problem in applied mechanics have been reflected. Reasonableness of analytical approach using in the initial development stage in order to shorten the period of design has been demonstrated. The leading part of finite-element simulation has been determined in behavior prognostication of structures at different operating stages. Stable-size supporting composite frameworks developed taking into account defined sequence of structural design have been showed. Described staging of structure making has been allowed to process and systematize data during design and experimental execution, refine structural model parameters, increase the confidence level and verify it.

© 2016 Samara State Technical University.

Please cite this article in press as:

Bitkin V. E., Zhidkova O. G., Denisov A. V., Borodavin A. V., Mityushkina D. V., Rodionov A. V., Nonin A. S. Mathematical simulation for strain-stress state of optical telescope stable-size composite elements with finite-element method, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2016, vol. 20, no. 4, pp. 707–729. doi: [10.14498/vsgtu1514](https://doi.org/10.14498/vsgtu1514). (In Russian)

Authors Details:

Vladimir E. Bitkin (gksi@sktb-plastik.ru), Corresponding Author), First Deputy General Director — General Designer for measuring systems*Olga G. Zhidkova* (opriokr-prg@sktb-plastik.ru), Deputy General Designer for Scientific Research.*Alexander V. Denisov* (opriokr@sktb-plastik.ru), Head of Department.*Andrey V. Borodavin* (opriokr-zn3@sktb-plastik.ru), Deputy Head of Department.*Diana V. Mityushkina* (opriokr-prg@sktb-plastik.ru), Senior Engineer.*Alexander V. Rodionov* (grpl@sktb-plastik.ru), Project Manager.*Alexander S. Nonin* (1104@samspace.ru), Deputy Head of Department — Division Head.

Keywords: large-size composite structures, composite structure integrity concept, stable-size supporting structure, optical telescope, parametric analysis of structure, finite-element method, mathematical simulation, staging of stable-size structures.

Declaration of Financial and Other Relationships. The research has not had any sponsorship. Each author has participated in the article concept development and in the manuscript writing. The authors are absolutely responsible for submitting the final manuscript in print. Each author has approved the final version of manuscript. The authors have not received any fee for the article.

REFERENCES

1. Chung D. D.L. *Carbon Fiber Composites*. Boston, Butterworth-Heinemann, 1994. x+215 pp. doi: [10.1016/c2009-0-26078-8](https://doi.org/10.1016/c2009-0-26078-8).
2. Edie D. D., Diefendorf R. J. Carbon Fiber Manufacturing, In: *Carbon–Carbon Materials and Composites*; eds. John D. Buckley, Dan D. Edie. Park Ridge, New Jersey, Noyes Publications, 1993, pp. 19–39. doi: [10.1016/b978-0-8155-1324-7.50007-x](https://doi.org/10.1016/b978-0-8155-1324-7.50007-x).
3. Fitzer E., Manocha L. M. *Carbon Reinforcements and Carbon/Carbon Composites*. Berlin, Springer, 1998. xii+344 pp. doi: [10.1007/978-3-642-58745-0](https://doi.org/10.1007/978-3-642-58745-0).
4. Sairajan K. K., Nair P. S. Design of low mass dimensionally stable composite base structure for a spacecraft, *Composites Part B: Engineering*, 2011, vol. 42, no. 2, pp. 280–288. doi: [10.1016/j.compositesb.2010.11.003](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2010.11.003).
5. Le Riche R., Gaudin J. Design of dimensionally stable composites by evolutionary optimization, *Composite Structures*, 1998, vol. 41, no. 2, pp. 97–111. doi: [10.1016/S0263-8223\(98\)00009-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(98)00009-9).
6. Molodtsov G. A., Bitkin V. E., Simonov V. F., Urmansov F. F. *Formostabil'nye i intellektual'nye konstruksii iz kompozitsionnykh materialov* [Dimensionally stable and smart structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie, 2000, 352 pp. (In Russian)
7. Aydin L., Aydin O., Artem H. S., Mert A. Design of dimensionally stable composites using efficient global optimization method, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 2016, 1464420716664921. doi: [10.1177/1464420716664921](https://doi.org/10.1177/1464420716664921).
8. Datashvili L. Multifunctional and dimensionally stable flexible fibre composites for space applications, *Acta Astronautica*, 2010, vol. 66, no. 7–8, pp. 1081–1086. doi: [10.1016/j.actaastro.2009.09.026](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.09.026).
9. Klimakova L. A., Polovyi A. O., Zel'nev V. N. Shape stability of spacecraft large-sized cfrp antenna platform with structure and stiffness asymmetry, *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2011, vol. 17, no. 2, pp. 245–254 (In Russian).
10. Bezmogzii I. M., Sofinskii A. N., Cherniagin A. G. The simulation in problems of vibration strength of rocket and space hardware, *Kosmicheskaja tekhnika i tekhnologii*, 2014, no. 3, pp. 71–80 (In Russian).
11. Bitkina E. V., Denisov A. V., Bitkin V. E. Design engineering methods of creating of dimensionally stable space structures of integrated type made of composite materials, *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*, 2012, vol. 14, no. 4(2), pp. 555–560 (In Russian).
12. Bitkin V. E., Denisov A. V., Denisova M. A., Zhidkova O. G., Nazarov E. V., Rogal'skaia O. I., Melent'ev A. V., Mizinova I. A. Approbation of the technological complex of production the power and high-precision size-stable integrated type construction elements from fibrous composite materials, *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*, 2014, vol. 16, no. 1(5), pp. 1320–1327 (In Russian).
13. MSC Nastran 2016 Quick Reference Guide, 2016, Retrieved September 28, 2016, from <https://simcompanion.mscsoftware.com/infocenter/index?page=content&id=DOC10961&actp=LIST>.

14. Vasil'ev V. V., Dobriakov A. A., Dudchenko A. A., et al. *Osnovy proektirovaniia i izgotovleniia konstruksii letatel'nykh apparatov iz kompozitsionnykh materialov* [Fundamentals of Design and Manufacture of Aircraft Structures using Composite Materials]. Moscow, Moscow Aviation Institute, 1985, 218 pp. (In Russian)
15. Vasil'ev V. V. *Mekhanika konstruksii iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of Composite Structures]. Moscow, Mashinostroenie, 1988, 272 pp. (In Russian)
16. Gardymov G. P., Meshkov E. V., Pchelintsev A. V., Lashmanov G. P., Afanas'ev Yu. A. *Kompozitsionnye materialy v raketno-kosmicheskom apparatostroenii* [Composite Materials in Launch Vehicle and Space Vehicle Structures], eds. Dr. Sci., Prof. G. P. Gardymov, Dr. Sci., Prof. E. V. Meshkov. St. Petersburg, SpetsLit, 1999, 271 pp. (In Russian)
17. Komkov M. A., Tarasov V. A. *Tekhnologiia namotki kompozitnykh konstruksii raket i sredstv porazheniia* [Technology of winding of composite structures of missiles and weapons of destruction]. Moscow, Bauman Moscow State Technical Univ., 2011, 431 pp. (In Russian)
18. Vorobei V. V., Voitkov N. I. Certain applied problems of the mechanics of dimensionally stable structures made of composites, *Mechanics of Composite Materials*, 1990, vol. 26, no. 2, pp. 236–243. doi: [10.1007/BF00612326](https://doi.org/10.1007/BF00612326).
19. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Amsterdam, Elsevier, 2013. 714 pp. doi: [10.1016/B978-1-85617-633-0.00019-8](https://doi.org/10.1016/B978-1-85617-633-0.00019-8).
20. Yakupov N. M., Kiyamov H. G., Yakupov S. N., Kiyamov I. H. Modelling of elements of designs of difficult geometry by three-dimensional finite elements, *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2011, vol. 17, no. 1, pp. 145–154 (In Russian).
21. Aronov A. M., Danilov V. A., Nikiforov V. O., Savitskii A. M., Sokol'skii M. N. *Opto-electronic systems for Earth remote sensing*, Presentation Slides (January 23, 2007, Saint Petersburg), 2007 (In Russian), http://lomo-tech.ru/photos/lomo_kosm_otkr.pdf.
22. Shimkovich D. G. *Raschet konstruksii v MSC/NASTRAN for Windows* [Calculation of structures in MSC/NASTRAN for Windows]. Moscow, DMK Press, 2003, 448 pp. (In Russian)
23. Chigarev A. V., Kravchuk A. S., Smaliuk A. F. *ANSYS dlia inzhenerov* [ANSYS to engineers]. Moscow, Mashinostroenie, 2004, 510 pp. (In Russian)
24. Ivanov S. E. *Intellektual'nye programmnye kompleksy dlia tekhnicheskoi i tekhnologicheskoi podgotovki proizvodstva* [Intelligent software packages for technical and technological preparation of production], Part 5. Systems engineering calculation and analysis of parts and assemblies, ed. D. D. Kulikov. St. Petersburg, St. Petersburg State Univ., ITMO Univ., 2011, 48 pp. (In Russian)
25. Basov K. A. *ANSYS: spravochnik pol'zovatel'ia* [ANSYS User's guide]. Moscow, DMK Press, 2005, 640 pp. (In Russian)

Received 20/X/2016;
 received in revised form 22/XI/2016;
 accepted 09/XII/2016.